

Pismeni ispit (3)

Predmet: Matematičke metode fizike 1

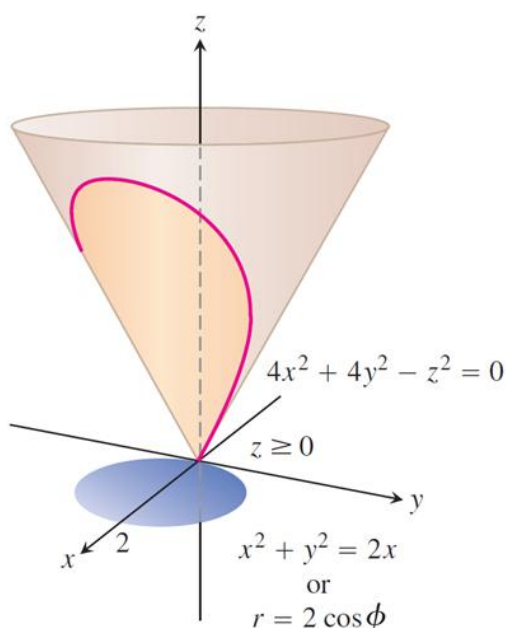
09.09.2010.



1. (20) Ako su $\Phi = r^2 \sin(\varphi + \theta)$; $\vec{F} = r \sin \theta \hat{r} + r^2 \sin \varphi \hat{\theta} + r \cos \theta \hat{\varphi}$ te $\vec{E} = r^{2010} \hat{r}$ odredite:

(a) $\nabla \Phi$; (b) $\nabla \vec{F}$; (c) $\nabla \times \vec{E}$; (d) $\text{div}(\nabla \times \vec{F})$.

2. (20) Odredite moment inercije oko z-osi tanke ljuske, konstantne plošne gustoće σ , isječene iz stošca $4x^2 + 4y^2 - z^2 = 0, z \geq 0$ cilindrom $x^2 + y^2 = 2x$ kao na slici dolje.



3. (20) Odredite rad koji obavimo djelujući silom $\vec{F} = (x + y)\hat{i} - (y - x)\hat{j}$ po krivulji $y = x^3$ od točke (0,0) do točke (2,8).

4. (20) Od svih mogućih kvadara, definiranih nejednadžbama $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, 0 \leq z \leq 1$, odredite onaj za koji je ukupni tok polja $\vec{F} = (-x^2 - 4xy)\hat{i} - 6yz\hat{j} + 12z\hat{k}$ prema vani kroz svih 6 površina najveći. Koliko iznosi najveći tok?

5. (20) Dokažite:

a) Svaki kovarijantni tenzor ranga 2 možemo napisati kao zbroj simetričnog i antisimetričnog tenzora.

b) Ako je rang tenzora \tilde{A} i \tilde{B} naznačen brojem indeksa u relacija $K_j^i A^j = B^i$, koja vrijedi u svim (zarotiranim) Kartezijevim sustavima, tada je \tilde{K} tenzor ranga 2.